

海面位での大気ミュー粒子測定 — 最尤法を使った解析結果 —

川崎医科大学 情報科学教室

辻 修 平

(平成14年10月19日受理)

Measurements of Atmospheric Muon at Sea Level
— Analyses Using Maximum Likelihood Method —

Shuhei TSUJI

*Department of Information Sciences, Kawasaki Medical School,
577 Matsushima, Kurashiki, 701-0192, Japan*

(Received on October 19, 2002)

概 要

正確な大気ミューオン・フラックス測定は、大気ニュートリノ物理や反陽子検出実験等に必要とされる。重要な科学の基礎となる結果に利用されるために、異なった計測方法で測定される必要がある。近年様々な実験グループからの大気ミューオン測定結果が報告されている。(Rastin, CAPRICE, BESS 等。) これらの実験グループの使用するミューオン・スペクトロメーターは2つに大別される。1つは超伝導マグネットを使用したのもう1つは鉄芯マグネットを使用したものである。超伝導マグネットを使用した検出器は大気上空での観測用に作られているため長時間の観測ができない。一方、鉄芯マグネットを使用した検出器はマグネット中の電磁散乱の影響を受ける。岡山グループは、鉄芯マグネットを使用した検出器で測定している。この解析にはマグネット中の電磁散乱の影響を除去する解析法、即ち最尤法を用いている。最尤法の適応とそれを適応した測定結果を公表する。キーワード：大気ミューオン、ミューオン・スペクトロメーター、マグネット、最尤法

Abstract

Exact measurements of atmospheric muon fluxes are needed for atmospheric neutrino physics, experiments detecting the anti-proton and so on. The different measurements methods are utilized for the fundamental important science. Results of the atmospheric muon measurement are reported by various groups in recent years. (Rastin, CAPRICE, BESS, etc.) The spectrometers used by these groups are divided by two types, one is constructed with superconducting magnets and another is with solid iron core magnets. The detector with superconducting magnets is not possible to measure for long observation time since it is made to observe in the upper sky. On the other hand, the results using a solid iron core magnet detector are influenced by large coulomb scattering in the magnet. The Okayama group has been measuring the atmospheric muons with a solid iron core

magnet detector. I analyze using the maximum likelihood methods which reject the large coulomb scattering effect in the magnet. I report the adoption of the maximum likelihood methods in the atmospheric muon analyses and the results. Key words : atmospheric muon, muon spectrometer, magnet, maximum likelihood method

1 序論

正確な大気ミュオン測定は、大別して次の2つの意味において重要性を持っている。1つは、ニュートリノ・オシレーション¹⁻³⁾に関する裏付けのためと、もう1つは、1次宇宙線の組成、宇宙線の伝搬における中間子の割合を定量的に知るためである。ニュートリノ・オシレーションに関しては、主に低運動量領域のミュオン・フラックスが重要であり、これと同運動量領域の地磁気を考慮した3Dシミュレーション^{4,5)}に有益な指標を与える。1次宇宙線の組成、特に宇宙線の伝搬に関しては、陽子から派生した中間子 K_{on} がどの程度高運動量領域に効いているかということがわかる⁶⁻⁸⁾。海面位で測定されたミュオン・フラックス、ミュオン電荷比の多くが公表されている。近年、超伝導マグネットを使ったミュオンスペクトロメータの測定値が公表されている⁷⁻¹³⁾。超伝導マグネット・スペクトロメータの最大の特徴は、空気中に磁場をかけるため、ミュオンが磁場中を通過するとき電磁散乱を無視できるという

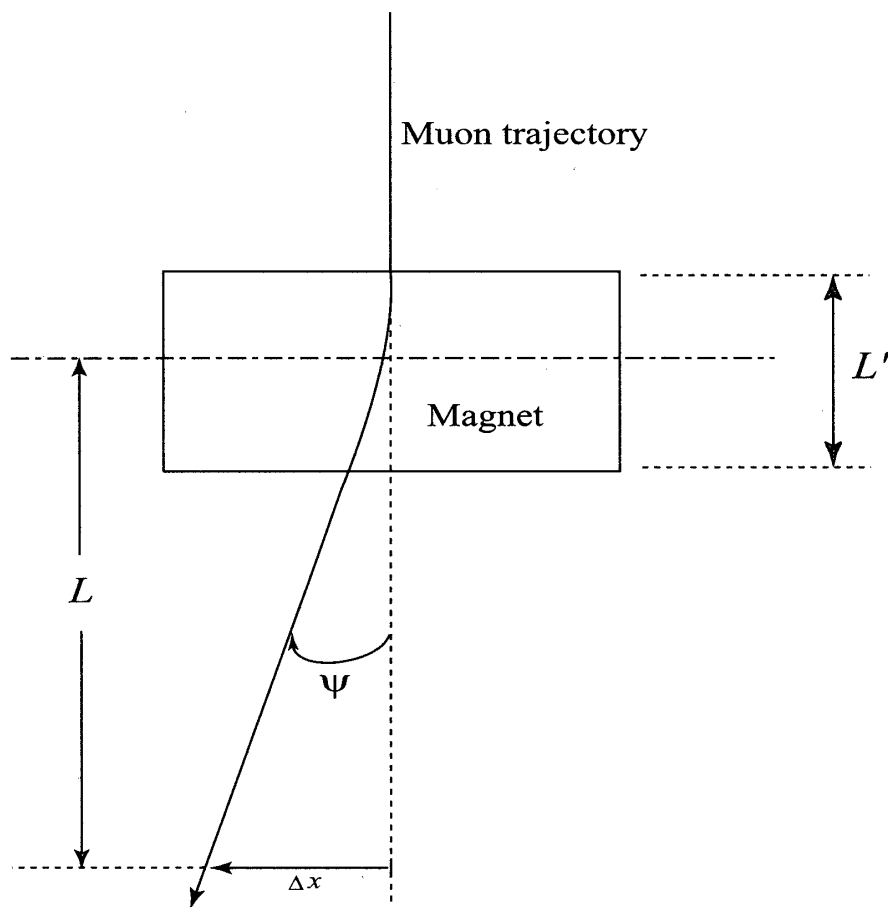


図1：曲がり角 ψ と横ずれ Δx の関係

大きな特徴がある。しかしながら、一般には気球に乗せられるよう1次宇宙線測定用に開発されているため、小型、短時間観測用になっている。一方、鉄芯マグネットを使ったスペクトロメーターは、マグネットの制作には比較的安価にでき、大型化できる。しかしながら、低運動量領域ではミュオンが鉄芯中を通過するときの電磁散乱は、かなり大きい。宇宙線のスペクトルは、エネルギーのべき乗で劇的に減少するので、低運動量のミュオンが大きく電磁散乱を受け、あたかも高運動量を持つような曲がり方をしてしまう。結果として、ミュオンスペクトルで見たとき、低運動量からの漏れ込みが無視できないほど大きくなってしまいう問題点が存在する。

重要な科学の基礎に利用される為には、様々な異なった測定方法で測定されるべきである。その場合、各々の検出器のシステムティック・エラーを調べ上げ、それを考慮した解析方法をするべきである。

岡山粒子望遠鏡^{14,15)}は、鉄芯マグネットを備え付けたミュオン・スペクトロメーターである。一般にスペクトロメーターでの運動量は、磁場中でローレンツ力を受けるために曲がる曲がり角で測定する。今回、曲がり角ばかりでは磁石下の「横ずれ」(図1参照)も考慮して運動量を求める方法を紹介し、その解析結果を公表する。これにより、システムティック・エラーである鉄芯マグネット中での電磁散乱の影響をかなり落とすことができた。

2 測定データの最尤法の適応

一般にスペクトロメーターで運動量 P_0 を測定する場合、磁場 B 、磁石の厚み L' 、磁場での曲がり角を ψ とすると以下の式で決定される。(図1参照)

$$P_0 = 300 \times B \times L' / \sin(\psi) \text{ [eV/c]} \quad (1)$$

式(1)での鉄芯マグネットで測定する場合、電磁散乱の揺らぎ¹⁶⁾は、

$$\theta_0 = \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c P_0} \sqrt{7.86 \cdot L' / 14.14 [1 + 0.038 \ln(7.86 \cdot L' / 14.14)]} \quad (2)$$

で与えられる。また検出器の位置分解能 σ_0 があるので、曲がり角の揺らぎは、

$$\sigma_\psi = \sqrt{\theta_0^2 + \sigma_0^2} \quad (3)$$

となる。図1より、磁石下の横ずれ Δx と曲がり角 ψ との関係は、

$$\frac{\Delta x}{L} = \tan(\psi) \quad (4)$$

となる。しかし、電磁散乱等のシステムティックな揺らぎがあるので、式(4)の関係は1対1に対応するものではない。曲がり角 ψ と横ずれに関する値 $\Delta x/L$ の相関係数を $\rho_{\psi, \Delta x/L}$ とするとその2変数の確率密度関数¹⁷⁾は

$$f(\psi, \Delta x/L) = \frac{1}{2\pi\sigma_\psi\sigma_{\Delta x/L}\sqrt{1-\rho_{\psi, \Delta x/L}^2}} \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho_{\psi, \Delta x/L}^2)^2} \left\{ \frac{(\psi-\mu_\psi)^2}{\sigma_\psi^2} + \frac{(\Delta x/L-\mu_{\Delta x/L})^2}{\sigma_{\Delta x/L}^2} - \frac{2\rho_{\psi, \Delta x/L}(\psi-\mu_\psi)(\Delta x/L-\mu_{\Delta x/L})}{\sigma_\psi\sigma_{\Delta x/L}} \right\}\right] \quad (5)$$

で与えられる。 μ_ψ , $\mu_{\Delta x/L}$ は、それぞれ曲がり角 ψ , 横ずれに関する値 $\Delta x/L$ の期待値である。(4)式より、横ずれに関する値の期待値 $\mu_{\Delta x/L}$ は、 $\mu_{\Delta x/L} = \tan(\mu_\psi)$ で与えられる。確率密度関数(5)が一番大きい値をとるように μ_ψ を探し出す。これを実測値 ψ の代わり(1)式に適用して運動量 P_0 を求めていく。このようにして、入射ミューオンの曲がり角 ψ と横ずれ Δx をもとに最尤値 μ_ψ を求めていく。以下の章で、シミュレーションにより、適用を検討し、それを適用した実測結果を示す。

3 モンテカルロ・シミュレーションによる検討

岡山粒子望遠鏡の環境において入射ミューオンがどのように振舞うかをシミュレーションにより確かめた。単一の運動量をもつミューオンを図1の磁石上方に入射し、(3)式で確率的にふらせ、曲がり角 ψ と横ずれ Δx の振舞いを調べた。また、最尤値 μ_ψ が実測値よりもどの程度改善されるかも調べた。例として運動量 $3.162\text{GeV}/c$ と $25.12\text{GeV}/c$ のシミュレーション結果を示す。図2は曲がり角 ψ と横ずれに関する値 $\Delta x/L$ の相関図である。高運動量 ($25.12\text{GeV}/c$) の方が相関が弱まる傾向にある。なぜなら電磁相互作用による揺らぎが弱まり検出器独自の位置分解能の揺らぎの効果が強くなるからである。各々の運動量による相関係数を調べあげ、(5)

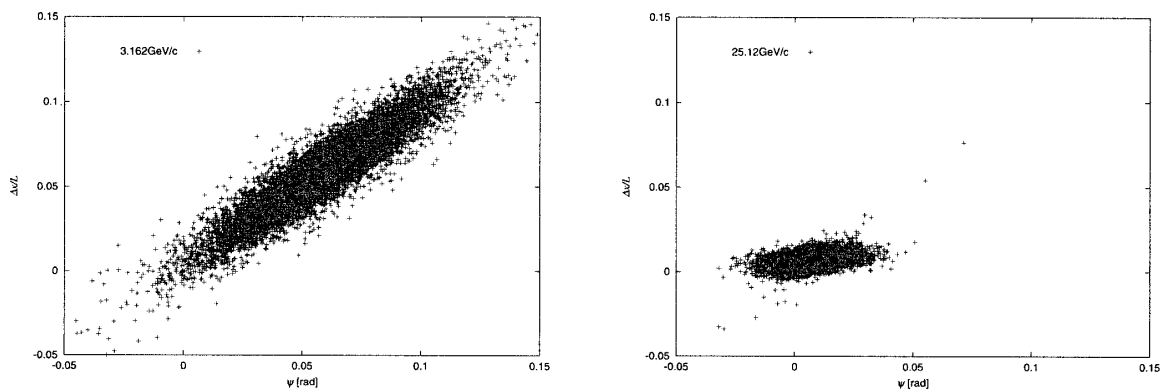


図2：曲がり角 ψ と横ずれに関する値 $\Delta x/L$ の相関図

式の確率密度関数に適用させ、最尤値 μ_ψ を求めた。図3は、実線がシミュレーションにより、

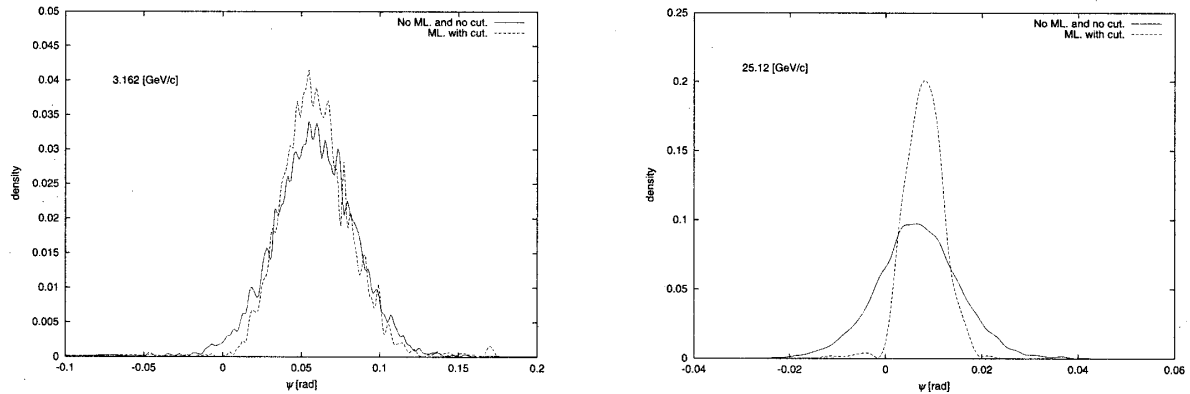


図3：最尤法適用の効果

検出器の環境でどの程度曲がり角が分布するかを示したものである。破線は電磁散乱等の影響が著しくないもの、即ち、図1で曲がり角 ψ が「正」で横ずれが「正」方向になるもののみをデータとして採用し、その曲がり角 ψ と横ずれ Δx のデータを基に最尤値を求めた結果である。この結果、特に高運動量(25.12GeV/c)側で、鋭いピークがみられ、システムティック・エラーによる分布の広がりを改善できることを示している。

次に運動量スペクトルを仮定し、常に正と負の電荷比が運動量によらず一定(1.25)としたミュオンスペクトル分布でシミュレートした。この結果を図4に示す。検出器の位置分解能が

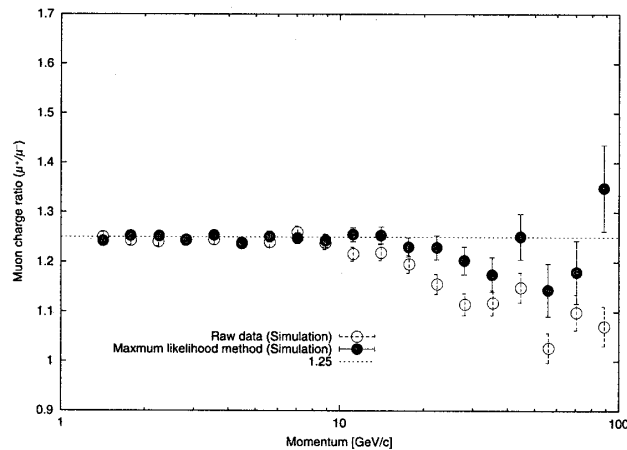


図4：最尤法適用による電荷比の改善

無限によれば、電荷比は運動量によらず常に一定値1.25を示すはずである。分解能の限度により、高運動量領域では1.0に近づく。白丸はなにも処理をしていない状態であり、岡山粒子望遠鏡は20GeV/c未満で1.0に近づく傾向にある。黒丸は最尤法を施しており、下り始める傾向は弱まっていることを示している。

4 実測データへの最尤法の適用

過去の実測データに最尤法を適用し解析した。運動量50GeV/c以下の解析結果を示す。図5は最尤法の処理をしない場合の運動量スペクトルを示している。他の実験グループ^{7,9,10,11)}と比較すると10GeV/cから分布が上り始めている。これは、分布が電磁散乱の影響のため低運動量から高運動量領域へ紛れ込んでいることを示している。図6は最尤法の処理をした場合の運動量スペクトルを示している。図5と比較すると分布の高運動量領域への電磁散乱の影響がかなり薄められたことを示している。他の実験グループと比較すると運動量スペクトルは、高運動量領域では少し高めに出た。

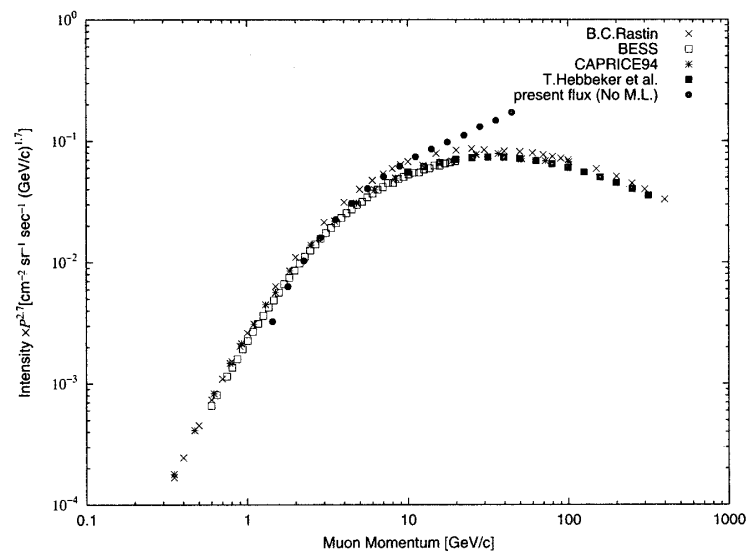


図5：最尤法を適用しない場合の運動量スペクトル(解析結果：黒丸)

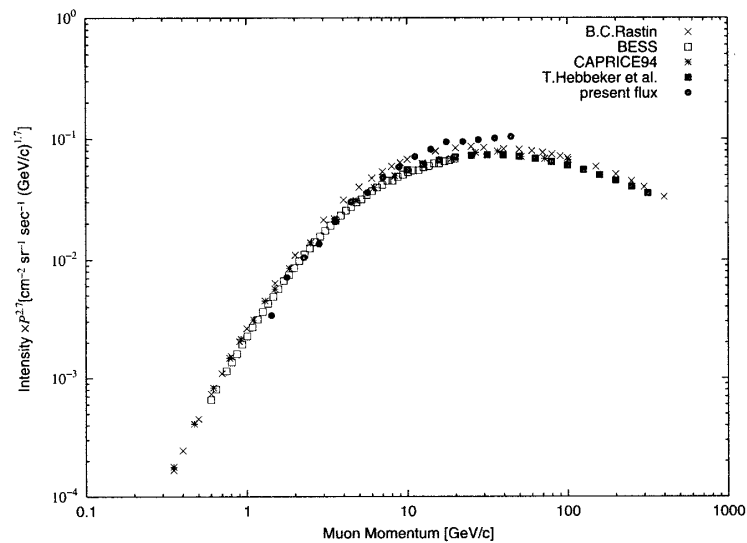


図6：最尤法を適用した場合の運動量スペクトル(解析結果：黒丸)

運動量によるミューオン電荷比にも最尤法を適用し解析した。黒丸が最尤法を適用した解析結果である。実線は、過去の様々な実験をまとめたミューオン電荷比(地磁気の影響を避けるため10GeV/c以上)の平均値¹⁰⁾であり、破線はその平均値からの標準誤差を示している。CAPRICE94の実験⁹⁾では、検出器に超伝導マグネットを使用しており、検出器自身にはミュー

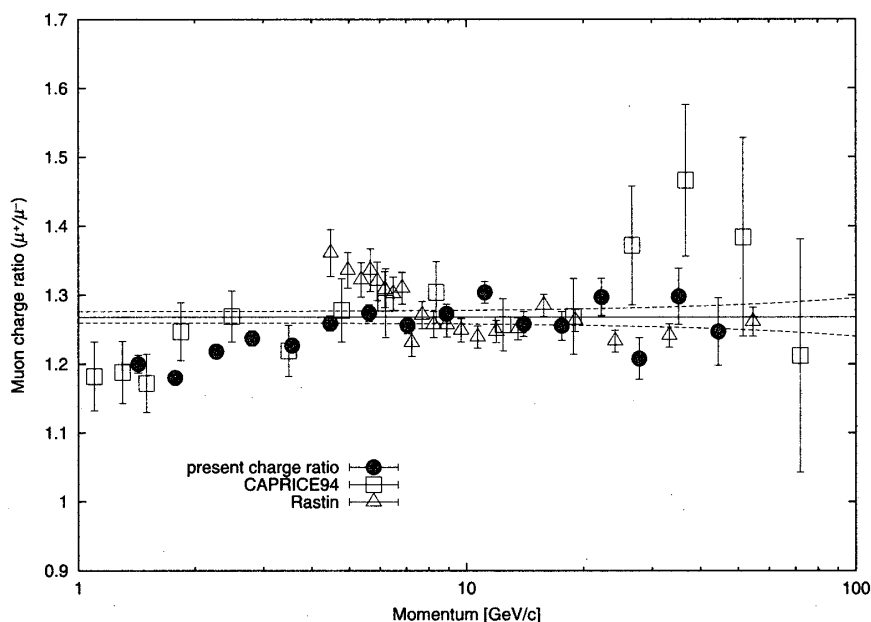


図7：最尤法を適用した場合のミューオン電荷比(解析結果：黒丸)

オンにおよぼす電磁散乱の影響はないと思われる。彼らの結果から、30GeV/c から40GeV/c にピークがみられるが、今回の解析結果からは5 GeV/c 近辺から実線にばらつくほぼ一様な電荷比を示した。

5 結論

本論文では以下のことを示した。

- ・モンテカルロ・シミュレーションにより解析への最尤法の適用が有用であることを示した。
- ・実測データへ最尤法を適用し、ミューオンの運動量スペクトルを求めた。システムティック・エラーの一つである電磁散乱の影響をかなり取り除くことができた。
- ・実測データへ最尤法を適用し、ミューオンの電荷比を求めた。5 GeV/c から50GeV/c まで過去の標準的な電荷比の期待値付近にばらついていることを示した。

6 考察

岡山粒子望遠鏡は最終的改良が2001年12月に行われ、現在稼働中である。主な改良点は、

- ・立体角面積の拡大により、以前よりも単位時間あたりのデータを収集できる。
- ・角度分解能が大幅に改良された。

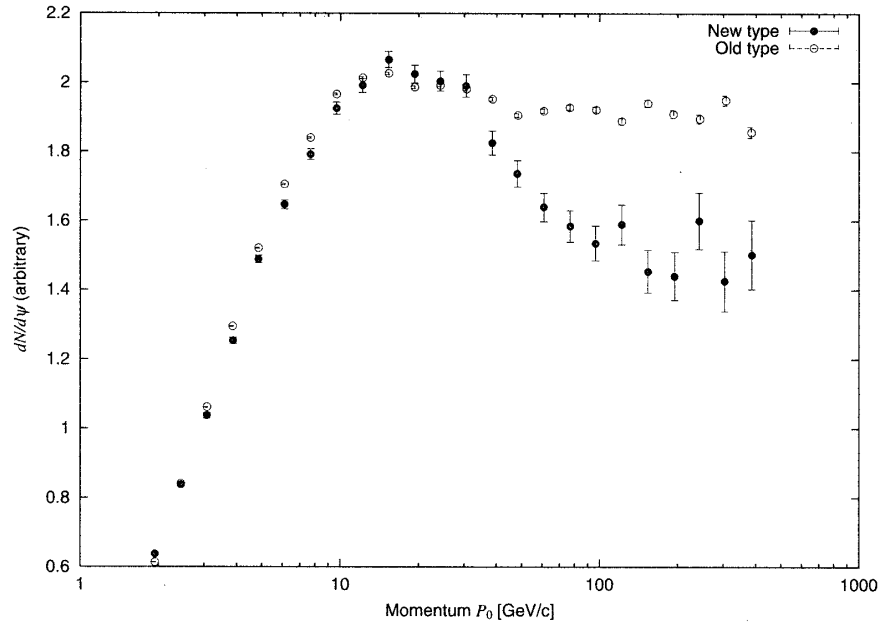


図8：新型望遠鏡と旧望遠鏡の角度分解能の比較

という主な2点が挙げられる。特に「角度分解能の向上」は最大検出運動量 MDM (: Maximum Detectable Momentum)が高くなったことを意味している。図8は、新型望遠鏡と旧型望遠鏡の角度分解能の比較を示す。縦軸は入射頻度を曲がり角 ψ で微分したもので縦軸は運動量を示している。ある程度以上の運動量を持った粒子が入射しても、もう分類できないところから、図8の分布はフラットを示しはじめる。即ちフラットになり始めのところがその検出器のMDMとなる。図8から、旧型望遠鏡は、30GeV/cがMDMといえる。一方新型望遠鏡は、約100GeV/cまで向上している。今回の解析結果は、十分なデータ量がある旧データを使って新しい解析を模索するという意味で、旧型望遠鏡のデータを使用した。また、新しい解析の模索という意味では、最尤法を使った解析が非常に有用であることが解った。今後は、新型望遠鏡のデータを解析することにより、今回の解析結果以上に高い運動量領域まで信頼できる結果が期待できる。

参 考 文 献

- 1) K.S.Hirta et al. : Experimental study of the atmospheric neutrino flux, Phys.Lett. B 205 : 416-420, 1988
- 2) Y.Fukuda et al. : Evidence for Oscillation of atmospheric neutrino, Phys.Rev.Lett. 81 : 1562-1567, 1998
- 3) D.Casper et al. : Measurement of atmospheric neutrino composition with the IMB-3 detector, Phys.Rev.Lett. 66 : 2561-2564, 1991
- 4) M.Honda et al. : Calculation of the flux of atmospheric neutrino, Phys.Rev.D 52 : 4985-5005, 1995
- 5) P.Lipari : The east-west effect for atmospheric neutrinos, Astropart.Phys. 14 : 171-188, 2000

- 6) T.K.Gaisser : Cosmic Rays and Particle Physics, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, New York : 1992
- 7) B.C.Rastin : An accurate measurement of the sea-level muon spectrum within the range 4 to 3000GeV/c, J. Phys. G 10 : 1609-1628, 1984
- 8) B.C.Rastin : A study of the muon charge ratio at sea level within the momentum range 4 to 2000GeV/c, J. Phys. G 10 : 1629-1638, 1984
- 9) J.Kremer et al. : Measurements of Ground-Level Muons at Two Geomagnetic Locations, Phys.Rev.Lett. 83 : 4241-4244, 1999
- 10) T.Hebbeker and C.Timmermans : A Compilation of High Energy Atmospheric Muon Data at Sea Level, Preprint hep-ph/0102042 : 2001
- 11) M.Motoki et al. : Precise Measurement of Atmospheric Muon Fluxes at Sea Level, in Proceedings of 27th International Cosmic Ray Conference, Hamburg, Germany : 927-930, 2001
- 12) S.Tsuji et al. : Measurements of muons at sea level, J.Phys G : Nucl. Phys. 24 : 1805-1822, 1998
- 13) S.Tsuji et al. : Atmospheric muon measurements I : Vertical measurements, in Proceedings of 27th International Cosmic Ray Conference, Hamburg, Germany : 931-934, 2001
- 14) Y.Yamashita et al. : An altazimuthal counter telescope with a magnet spectrometer tracing Cygnus X-3, Nucl. Instrum. Methods A 374 : 245-253, 1996
- 15) S.Tsuji et al. : An altazimuthal counter telescope with a magnet spectrometer II : Measurements of muons at sea level, Nucl. Instrum. Methods A 413 : 43-49, 1998
- 16) J.Bartels et al. : The European Physical Journal C, Review of Particle Physics 15 : 166, 2000
- 17) 例えば, 東京大学教養学部統計学教室編：統計学入門, 東京大学出版会：147(多次元および2次元正規分布), 1999