

医学統計の取り扱いに関する提言を読んで

川崎医科大学 数学教室
後藤 和雄

(昭和57年2月27日受付)

Brief Report After Reading the Special Article on Statistical Methods Useful in Medical Research Appeared in *Circulation Research*

Kazuo Goto

Department of Mathematics, Kawasaki Medical School

(Accepted on February 27, 1982)

1980年に American Heart Association の official journal の一つ“Circulation Research”に Special Article として Wallenstein らによる“Some statistical methods useful in circulation research”という題の論文が書かれた。その内容は著名な雑誌にでも統計的に不適当なものが多いことを例を挙げながら注意している。このような注意は循環器以外の分野にもあてはまることである。そこで、医学研究の統計処理の基本姿勢を再考するため上記の論文について以下にレビューしてみたい。

彼らは、循環器系で行われている統計処理について調査しているが、中でも分散分析を使用するのが適当な場合に、独立なサンプルでの t 検定か、対応のあるサンプルでの t 検定を適用している誤りが多かったと報告している。そして、3種類のタイプの研究について適切な統計手法を具体例を挙げながら説明している。

例一 数組の独立な群における全体比較

Table 1 ([1] より引用。以下 Table 10 まで同論文より引用) は数組の独立な群を比較している例である。比較対象は、対照群、うっ血性心不全群 (CHF)、右室肥大群 (RVH)、CHF 回復後 30 日の群 (CHFR)、RVH 回復後 30 日の群 (RVHR) である。原論文では、これを 2

群ずつ組 (全部で 10 通りの組合せ) ごとに t 検定を行っている。**Table 2** の第 1 欄が、その結果である。この場合、サンプル数 n_i, n_j の 2 群

Table 1. ネコで実験的に作成したうっ血性心不全と右室肥大の心拍数 (本文参照)

群	n_i	心拍数	$n_i(\bar{x}_i - \bar{x}_{..})^2$	$(n_i - 1)s_i^2$
Control	5	239 ± 29.07	80	3,380
CHF	5	182 ± 44.72	14,045	8,000
CHFR	5	231 ± 31.30	80	3,920
RVH	6	272 ± 19.60	8,214	1,920
RVHR	4	248 ± 36.00	676	3,888

n_i = 群 i のサンプル数; \bar{x}_i = 群 i の平均; $\bar{x}_{..}$ = 全体平均 = 135; s_i = 群 i の標準偏差; 心拍数 = 平均 ± s_i 文献 [1] より引用

については、自由度 ($n_i + n_j - 2$) の t 統計量の値が臨界値として用いられている。

この統計解析の欠点は

- (1) 群内変動に関する情報を十分に利用していない。
- (2) どの群間にも差が全くない場合にも、少なくとも 1 対が 5% 有意水準で有意となる確率が 30% もある。

1) 解析方法

これらの欠点を取り除くには、次のようにすればよい。

Table 2. 2 群比較の結果

群 No. 1	群 No. 2	第 1 欄	第 2 欄	第 3 欄	第 4 欄	第 5 欄	第 6 欄	第 7 欄	
		t 統計量		同時有意差検定の結果					
		通常	修正	Bonferroni		Tukey	Dunnett	Scheffé	
		m=4	m=10						
Control	CHF	2.39	2.77	*	—	—	*	—	
Control	CHFR	0.42	0.39	—	—	—	—	—	
Control	RVH	2.25	1.68	—	—	—	—	—	
Control	RVHR	0.42	0.41	—	—	—	—	—	
CHF	CHFR	2.01	2.38	NA	—	—	NA	—	
CHF	RVH	4.48	4.57	NA	*	*	NA	*	
CHF	RVHR	2.39	3.49	NA	*	*	NA	*	
CHFR	RVH	2.66	2.08	NA	—	—	NA	—	
CHFR	RVHR	0.84	0.78	NA	—	—	NA	—	
RVH	RVHR	1.38	1.14	NA	—	—	NA	—	

NA=検定が適用できない

* =有意水準 5% で統計的に有意である: — =有意水準 5% で有意とはいえない

上記検定の臨界値 (自由度 $df=20$)

処理 (検定) 法	比較群の数	有意水準 5% の臨界値	使用した数表
Non Simultaneous	1	2.086	t 分布
Bonferroni	4	2.76	t 分布
Bonferroni	10	3.12	t 分布
Tukey	10	3.00	スチューデント化された範囲
Dunnet	4	2.65	Dunnet の数表
Scheffé	10	3.39	F 分布

文献 [1] より引用

- (1) まず分散分析によって全体の 5 群に差があるかどうかを検定する。
- (2) (1) の検定の結果が有意で、5 群には何らかの差の存在が認められた場合にのみ、その差の原因を確認するために修正 t

検定を実施する。
ここで、分散分析は次のような手順で実施する。

- (1) **Table 3** のような一元配置分散分析表を作成し、MS 比 (F 値) を計算する。

Table 3. 一元配置分散分析表

要因	自由度	平方和 (SS)	平均平方 (MS)	F 比
群間	$k-1$	$\sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_i - \bar{x}_{..})^2$	$SS(\text{群間}) / (k-1)$	$\frac{MS(\text{群間})}{MS(\text{群内})}$
群内	$N-k$	$\sum_{i=1}^k (n_i - 1) S_i^2$	$SS(\text{群内}) / (N-k)$	—

Table 1. データの分析分析表

群間	4	23095	5773.75	5.47
群内	20	21108	1055.40	

x_{ij} = i 群の j 番目のデータの値: k = 群の数: n_i = i 群のデータ数: \bar{x}_i = i 群の平均: s_i^2 = i 群の不偏分散
 N = 全データ数: $\bar{x}_{..}$ = 全平均
 文献 [1] より引用

(2) (1)で得られた F 値が、自由度と有意水準で定まる臨界値より大きければ観測された群間の差は偶然変動によるものではなく、統計的に有意な差が存在することが認められる。

本例では、 $k=5$ (群の数)、 $N=25$ (サンプル数)であるから、 $F_{0.01}(k-1, N-k)=F_{0.01}(4, 20)=4.43 < 5.47=F$ である。したがって、有意水準 1% で有意である。

(3) 分散分析の結果、群間差が有意であったとする。このとき、群 i と群 j を比較したいならば、修正 t 統計量：

$$t = (\bar{x}_i - \bar{x}_j) / (S\sqrt{1/n_i + 1/n_j})$$

を用いる。ただし、 S^2 は群内平方和 (MS) であり、 \bar{x}_i , \bar{x}_j は、それぞれサンプル数 n_i , n_j の第 i 群, 第 j 群の平均である。

Table 1 より, Table 2 の第 2 欄を得る。

2) 分散分析適用に対する注意

分散分析といえども、いつでも使用できるというものでなく、当然のことながら適用限界というものがある。すなわち、(イ) 測定は独立におこなわれ、(ロ) データ (更に言えば母集団分布) は正規分布をなし、(ハ) 各群内のばらつき (分散) は同じであるという 3 つのことが仮定されて初めて使用できる。しかし、実際使用する場合には、独立性の仮定は厳密に成立していなければならないが、分散分析のロバスト性により正規性の仮定は、サンプル数が大きいときは、それほど厳密に成立していなくてよい。サンプル数が等しいときには等分散の仮定を考えなくても適用できるが、各群において最大のサンプル数が最小のサンプル数の 2 倍を超えるときには、等分散の仮定が成立していないと適用してはならない。

以上の条件に当てはまらないときには、どうすればよいのであろうか。その対策としては、平方根変換、対数変換といったデータの変換で分散分析が適用できるようになることがある。しかし、データ変換を行っても適用できないときは、Kruskal-Wallis 検定といったノンパラ

メトリック検定が考えられる。

3) 群間比較のいくつかのバリエーション

(i) Bonferroni 法

まず、同時多重比較が行いたいときは Bonferroni 法を使用すればよい。この方法は次のように行う。

(1) 比較したい群の対の数 m と有意水準 p を与える。

(2) 有意水準 p/m , 自由度 $N-k$ の t 値 (臨界値) を t 分布表から求める。ただし、 N はサンプル数、 k は群の数である。

(2)' または、近似式: $t^* = z + (z + z^3)/4n$ から t^* を求める。ただし、 z は p/m に対する正規分布の臨界値、 n は自由度である。

この方法を $p=0.05$ とし $m=4$ と 10 の場合に適用した結果が Table 2 の第 3 及び第 4 欄である。有意水準は 5% だから、 $p/m=0.05/4=0.0125$, $N-k=25-5=20$, $t=2.76$ 。この t 値と第 2 欄の修正 t 値と比較したものが第 3 欄である。第 4 欄は、 $p/m=0.05/10=0.005$, $z=2.81$, $n=20$, $t^*=3.12$ 。この t^* と第 2 欄の t 値を比較して得られたものである。

(ii) Tukey 法

この検定法は、平均値の間のあらゆる比較を検定する簡単な方法である。標本数は同じ大きさであることが必要であるが、ほとんど等しいときにも使用できる。

本例では、群の数 $a=5$, 自由度 (サンプル数 - 群の数) $f=20$ であるから Table 11 ([2] より引用) により 4.24 を得る。この値を $\sqrt{2}$ で割ると: $4.24/\sqrt{2}=3.00$ 。この値と修正 t 値と比較して Table 2 の第 5 欄を得る。

(iii) Dunnett 法

コントロール群と処理群だけを比較したいときに利用する検定である。ただし、Tukey と同様に標本数は等しいことが必要である。

本例では、処理数は 4 であり、自由度は Tukey 法と同じ 20 であるから Table 12 ([3] より引用) により 2.65 を得る。この値と第 2 欄を比較して第 6 欄を得る。

(iv) Scheffé 法

第1, 3群と第2, 4, 5群といった複合した群どうしを比較するための検定である。Table 1より群は5群あり、Table 2では2群ずつを比較しているから、検定方法は次のように行う。

(1) 有意水準 $p=0.05$ に対する臨界値は

$$\sqrt{(k-1)F_{0.05}(k-1, N-k)}$$

である。ただし、 k は群の数、 N はデータ数、 $F_{0.05}(k-1, N-k)$ は、自由度 $k-1, N-k$ に対する(上側確率5%)の F 値である。

(2) (1)で得られた値と修正 t 値とを比較する。

本例では、Table 1より $N=25, k=5$ であるから、 $F_{0.05}(k-1, N-k)=F_{0.05}(4, 20)=2.87$

$$\begin{aligned} \sqrt{(k-1)F_{0.05}(k-1, N-k)} &= \\ \sqrt{4 \times 2.87} &= 3.39. \end{aligned}$$

この値と第2欄の修正 t 値を比較して第7欄を得る。この結果は、Tukey, Bonferroni の結果と一致している。ここで、臨界値は、Tukey, Bonferroni, Scheffé という順に大きくなっている。

例-2 2×2分割表

Table 4は、Cutilletta et al. (1977) が nerve growth factor serum (NGFAS) と control serum (SHAM) のレニン濃度に対する影響を SH ラット (SH) と、正常血圧ラット (WKY) とで比較したものである。2種の処理を比較するために最初に SH ラットについて、次に WKY ラットについて t 検定を行い、SH では NGFAS による差があるが WKY ではないと彼らは結論している。この方法は少なくとも次の2つの理由でよいとは言えない：

(1) 一方の strain では有意差があるが、他方には有意差がないという理由だけでは群 (strain) 間に、その応答性が異なることを証明するだけの説得性がない。例えば、両 strain 共処理間差が同じであっても、サンプル数の大きい群にのみ「有意である」となることがあり、さらにサンプル

数が同じであっても、 t 統計量の値の小さな差が処理効果の真の差を示すとは限らないからである。

(2) 両群が共に有意な寄与を示さないが、適当な組合せ (交互作用) によって有意になることがあり得る。

1) 解析方法

以上の欠点を取り除くための手法として実験計画法がある。

(1) Table 5 のような分散分析表を作成し、 F 値を計算する。この例では、処理, strain, 交互作用 いずれも有意水準1%で有意である。

(2) (1)の結果、交互作用があるとする。すなわち、2つの strain で処理による差は同じでないならば、各 strain 内の処理による差を検定するために、次のようにして t 値を計算する：

SH については、Table 4 よりデータ数が 10, 8 で平均は 2.41, 4.24 であり、WKY については、データ数が 8, 6 で平均は 2.95, 2.89 であるから、これらから修正 t 値を計算すると次のようになる。

$$\begin{aligned} SH: t &= (4.24 - 2.41) / \\ &\quad \sqrt{0.0597(1/8 + 1/10)} = 15.79 \\ WKY: t &= (2.89 - 2.95) / \\ &\quad \sqrt{0.0597(1/6 + 1/8)} = -0.45 \end{aligned}$$

ただし、0.0597 は Table 5 にもあるように Within groups の平均平方である。これらの t 値と多重比較の Bonferroni 法から得られる t の臨界値と比較して SH については有意であり、WKY については有意ではないと言える。ここに、 t の臨界値は次のようにして求めることができる：比較する数は $m=2$ つあり、群の数は $k=4$ 群、サンプル数は $N=32$ であるから、有意水準を5%とすると、 $p/m=0.05/2=0.025$ 、自由度 $N-k=28$ より t の臨界値 2.36 を得る。

(3) もし交互作用が有意でないならば、処理間差, strain 間差について F 検定を行う。

Table 4. 腎レニン濃度に対する処理結果の原データ (本文参照)

種	SH	WKY
SHAM	2.41 ± 0.17 (n=10)	2.95 ± 0.23 (n=8)
NGFAS	4.24 ± 0.31 (n=8)	2.89 ± 0.27 (n=6)

数値は平均 ± SD である 文献 [1] より引用

Table 5. 腎レニン濃度データに対する分散分析表 (本文参照)

要 因	平方和	自由度	平均平方	F 比
処 理	5.99	1	5.99	100.3**
種 差	0.619	1	0.619	10.4**
交 互 作 用	12.68	1	12.68	212.4**
残 差	1.671	28	0.0597	—

有意水準 1% の F の臨界値 = 7.64

文献 [1] より引用

2) 一般の実験計画

処理と水準が多くある実験計画では、一般に $r \times c$ 実験計画を考える。すなわち **Table 7** のような分散分析表を作成する。ただし、 \bar{x}_i は

Table 6. 分散分析表

処 理	平均値			行 平 均
	種差 1	種差 2	種差 …… c	
1	\bar{x}_{11}	\bar{x}_{12}	… \bar{x}_{1c}	$\bar{x}_{1.} = \sum_{j=1}^c \bar{x}_{1j} / c$
2	\bar{x}_{21}	\bar{x}_{22}	… \bar{x}_{2c}	$\bar{x}_{2.} = \sum_{j=1}^c \bar{x}_{2j} / c$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
r	\bar{x}_{r1}	\bar{x}_{r2}	… \bar{x}_{rc}	$\bar{x}_{r.} = \sum_{j=1}^c \bar{x}_{rj} / c$

列平均 $\bar{x}_{.j} = \sum_{i=1}^r \bar{x}_{ij} / r$

文献 [1] より引用

全体平均 $\bar{x}_{..} = \sum_{j=1}^c \bar{x}_{.j} / c$

Table 7.

要 因	平 方 和	自 由 度
級 間 (処理間)	$n_h c \sum_{i=1}^r (\bar{x}_i - \bar{x}_{..})^2$	$r - 1$
級内(種差)	$n_h r \sum_{j=1}^c (\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..})^2$	$c - 1$
交 互 作 用	$n_h \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^r (\bar{x}_{ij} - \bar{x}_i - \bar{x}_{.j} + \bar{x}_{..})^2$	$(r-1) \times (c-1)$
群内(残差)	$\sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^r (n_{ij} - 1) s_{ij}^2$	$N - rc$

s_{ij} = 処理 i , 種差 j の標準偏差; n_{ij} = 処理 i , 種差 j のサンプル数; n_h = 調和平均; N = 全サンプル数 文献 [1] より引用

Table 6 のように重みを付けない単なる平均である。この **Table 7** により **Table 5** のように F 検定により分析を行えばよい。

例一 3 繰り返し測定の検定

例えば、同一の n 匹の動物について処理前後のデータを比較するような場合に、対応のある場合の t 検定を使用するが、一般に、 $t (> 2)$ 回の異なる条件または時刻で観測した同じ n 匹の動物のデータを解析するには次のように行えばよい。Yellin et al (1979) の論文のデータに則して説明しよう。

Table 8 は、僧帽弁逆流口面積を 5 匹の犬について、1 心拍周期における最大逆流時とそれに続く 3 つの時刻で比較したデータである。このようなデータからは、弁口面積についての変化とそのトレンドの評価に興味を湧く。まず、前半については、

1) 解析法

(i) 全体的な差の検定

Table 8. 僧帽弁閉鎖不全症における最大流量時の弁口面積

犬	弁口面積計測の時点				平均 = \bar{x}_i	$\bar{x}_i - \bar{x}_{..}$	b_i
	1*	2	3	4			
1	33	42	31	30	34 = \bar{x}_1	1.25	- 6
2	36	43	32	27	34.5 = \bar{x}_2	1.75	- 8
3	36	39	27	23	31.25 = \bar{x}_3	- 1.50	- 8
4	22	25	16	9	18 = \bar{x}_4	-14.75	- 8
5	51	60	39	34	46 = \bar{x}_5	13.25	-13
平 均	$\bar{x}_{.1}$	$\bar{x}_{.2}$	$\bar{x}_{.3}$	$\bar{x}_{.4}$	32.75 = $\bar{x}_{..}$		- 8.6 = b
$\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..}$	2.85	9.05	- 3.75	- 8.15			

b_i = 時点 2, 3, 4 から求めた傾き, *最大逆流時

文献 [1] より引用

Table 9 のように全変動を個体内変動, 時間内変動, 残差変動に分け, 分散分析法を行えばよい. **Table 8** の場合には, $n=5$ (犬の数), $t=4$ (観測点) であるから, $F_{0.05}(t-1, (t-1)(n-1))=F_{0.05}(3, 12)=3.49$ (臨界値) を得る. **Table 8** の分散分析表は **Table 10** のようになるから, その F 値 31.8 と比較して $3.49 < 31.8$ であるから時間変動は有意水準 5% で有意である. ここで, 個体差については, 通常存在することが認められているので, 検定しないことが多いことに注意したい. なお, このような分散分析が適用できるには, すべての時刻点間の相関が同一であることが要求されるが, 実際問題ではめったに成立しない. この点を改良したものに, Greenhouse and Geisser (1954) や Wallenstein and Fleiss (1979) の改良がある.

時間的傾向の検定

後半については次のように検定を行えばよい.

- (1) 各個体ごとに直線を当てはめる. 具体的方法としては, 例えば, 最小 2 乗法が考えられる.
- (2) 各直線の勾配の平均値 \bar{b} と標準偏差 S_b を計算し
- (3) $t = \bar{b}\sqrt{n}/S_b$ (n は個体数) を計算し, これを自由度 $n-1$ の有意水準 p の t 分布の臨界値 $t_p(n-1)$ と比較する.
- (4) この場合, 帰無仮説が $\bar{b}=0$ であるから, $t_p(n-1) < t$ であれば, $\bar{b} \neq 0$ すなわ

Table 9. 乱塊法実験の分散分析

要因	平方和	自由度
行 (犬)	$t \sum_{i=1}^n (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2$	$n-1$
列(時間)	$n \sum_{j=1}^t (\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..})^2$	$t-1$
残差	全体一行一列	$(n-1)(t-1)$
全体	$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^t (x_{ij} - \bar{x}_{..})^2$ $= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^t x_{ij}^2 - tn\bar{x}_{..}^2$	$nt-1$

t =時点の数: n =犬の数 文献 [1] より引用

Table 10. 表 8 データの分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比
犬 (行)	1600	4	400	31.8**
時刻(列)	852.6	3	284.2	
残差	107.2	12	8.93	
全体	2559.8	19		

**は有意水準 1% で有意であることを示す

文献 [1] より引用

ち, 時間的傾向があると結論される.

本例では, **Table 8** より $\bar{b} = -8.6, n=5$, 不偏標準偏差 $S_b = 2.6$ を得るから, $t = 8.6\sqrt{5}/2.6 = 7.40 > 2.78 = t_{0.05}(4)$ ある. したがって, 有意であり下向傾向があると推論される.

以上, Circulation Research に掲載された医学研究統計処理に関する文献に対する簡単なレビューを行った. 読者諸氏の医学研究統計処理の一助となれば幸いである.

Table 11. スチューデント化されたレレンジの上側 5 % 点, Q^*

自由度	処 理 数 a																			
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
1	18.0	27.0	32.8	37.2	40.5	43.1	45.4	47.3	49.1	50.6	51.9	53.2	54.3	55.4	56.3	57.2	58.0	58.8	59.6	
2	6.09	8.33	9.80	10.89	11.73	12.43	13.03	13.54	13.99	14.39	14.75	15.08	15.38	16.65	15.91	16.14	16.36	16.57	16.77	
3	4.50	5.91	6.83	7.51	8.04	8.47	8.85	9.18	9.46	9.72	9.95	10.16	10.35	10.52	10.69	10.84	10.98	11.12	11.24	
4	3.93	5.04	5.76	6.29	6.71	7.06	7.35	7.60	7.83	8.03	8.21	8.37	8.52	8.67	8.80	8.92	9.03	9.14	9.24	
5	3.64	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80	6.99	7.17	7.32	7.47	7.60	7.72	7.83	7.93	8.03	8.12	8.21	
6	3.46	4.34	4.90	5.31	5.63	5.89	6.12	6.32	6.49	6.65	6.79	6.92	7.04	7.14	7.24	7.34	7.43	7.51	7.59	
7	3.34	4.16	4.68	5.06	5.35	5.59	5.80	5.99	6.15	6.29	6.42	6.54	6.65	6.75	6.84	6.93	7.01	7.08	7.16	
8	3.26	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	5.92	6.05	6.18	6.29	6.39	6.48	6.57	6.65	6.73	6.80	6.87	
9	3.20	3.95	4.42	4.76	5.02	5.24	5.43	5.60	5.74	5.87	5.98	6.09	6.19	6.28	6.36	6.44	6.51	6.58	6.65	
10	3.15	3.88	4.33	4.66	4.91	5.12	5.30	5.46	5.60	5.72	5.83	5.93	6.03	6.12	6.20	6.27	6.34	6.41	6.47	
11	3.11	3.82	4.26	4.58	4.82	5.03	5.20	5.35	5.49	5.61	5.71	5.81	5.90	5.98	6.06	6.14	6.20	6.27	6.33	
12	3.08	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27	5.40	5.51	5.61	5.71	5.80	5.88	5.95	6.02	6.09	6.15	6.21	
13	3.06	3.73	4.15	4.46	4.69	4.88	5.05	5.19	5.32	5.43	5.53	5.63	5.71	5.79	5.86	5.93	6.00	6.06	6.11	
14	3.03	3.70	4.11	4.41	4.64	4.83	4.99	5.13	5.25	5.36	5.46	5.56	5.64	5.72	5.79	5.86	5.92	5.98	6.03	
15	3.01	3.67	4.08	4.37	4.59	4.78	4.94	5.08	5.20	5.31	5.40	5.49	5.57	5.65	5.72	5.79	5.85	5.91	5.96	
16	3.00	3.65	4.05	4.34	4.56	4.74	4.90	5.03	5.15	5.26	5.35	5.44	5.52	5.59	5.66	5.73	5.79	5.84	5.90	
17	2.98	3.62	4.02	4.31	4.52	4.70	4.86	4.99	5.11	5.21	5.31	5.39	5.47	5.55	5.61	5.68	5.74	5.79	5.84	
18	2.97	3.61	4.00	4.28	4.49	4.67	4.83	4.96	5.07	5.17	5.27	5.35	5.43	5.50	5.57	5.63	5.69	5.74	5.79	
19	2.96	3.59	3.98	4.26	4.47	4.64	4.79	4.92	5.04	5.14	5.23	5.32	5.39	5.46	5.53	5.59	5.65	5.70	5.75	
20	2.95	3.58	3.96	4.24	4.45	4.62	4.77	4.90	5.01	5.11	5.20	5.28	5.36	5.43	5.50	5.56	5.61	5.66	5.71	
24	2.92	3.53	3.90	4.17	4.37	4.54	4.68	4.81	4.92	5.01	5.10	5.18	5.25	5.32	5.38	5.44	5.50	5.55	5.59	
30	2.89	3.48	3.84	4.11	4.30	4.46	4.60	4.72	4.83	4.92	5.00	5.08	5.15	5.21	5.27	5.33	5.38	5.43	5.48	
40	2.86	3.44	3.79	4.04	4.23	4.39	4.52	4.63	4.74	4.82	4.90	4.98	5.05	5.11	5.17	5.22	5.27	5.32	5.36	
60	2.83	3.40	3.74	3.98	4.16	4.31	4.44	4.55	4.65	4.73	4.81	4.88	4.94	5.00	5.06	5.11	5.15	5.20	5.24	
120	2.80	3.36	3.69	3.92	4.10	4.24	4.36	4.47	4.56	4.64	4.71	4.78	4.84	4.90	4.95	5.00	5.04	5.09	5.13	
∞	2.77	3.32	3.63	3.86	4.03	4.17	4.29	4.39	4.47	4.55	4.62	4.68	4.74	4.80	4.84	4.89	4.93	4.97	5.01	

文献 [2] より引用

Table 12. (信頼率 95%)

自由度	$p =$ 処理の数 (対照群は除く)													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15	20
5	2.57	3.03	3.29	3.48	3.62	3.73	3.82	3.90	3.97	4.03	4.09	4.14	4.26	4.42
6	2.45	2.86	3.10	3.26	3.39	3.49	3.57	3.64	3.71	3.76	3.81	3.86	3.97	4.11
7	2.36	2.75	2.97	3.12	3.24	3.33	3.41	3.47	3.53	3.58	3.63	3.67	3.78	3.91
8	2.31	2.67	2.88	3.02	3.13	3.22	3.29	3.35	3.41	3.46	3.50	3.54	3.64	3.76
9	2.26	2.61	2.81	2.95	3.05	3.14	3.20	3.26	3.32	3.36	3.40	3.44	3.53	3.65
10	2.23	2.57	2.76	2.89	2.99	3.07	3.14	3.19	3.24	3.29	3.33	3.36	3.45	3.57
11	2.20	2.53	2.72	2.84	2.94	3.02	3.08	3.14	3.19	3.23	3.27	3.30	3.39	3.50
12	2.18	2.50	2.68	2.81	2.90	2.98	3.04	3.09	3.14	3.18	3.22	3.25	3.34	3.45
13	2.16	2.48	2.65	2.78	2.87	2.94	3.00	3.06	3.10	3.14	3.18	3.21	3.29	3.40
14	2.14	2.46	2.63	2.75	2.84	2.91	2.97	3.02	3.07	3.11	3.14	3.18	3.26	3.36
15	2.13	2.44	2.61	2.73	2.82	2.89	2.95	3.00	3.04	3.08	3.12	3.15	3.23	3.33
16	2.12	2.42	2.59	2.71	2.80	2.87	2.92	2.97	3.02	3.06	3.09	3.12	3.20	3.30
17	2.11	2.41	2.58	2.69	2.78	2.85	2.90	2.95	3.00	3.03	3.07	3.10	3.18	3.27
18	2.10	2.40	2.56	2.68	2.76	2.83	2.89	2.94	2.98	3.01	3.05	3.08	3.16	3.25
19	2.09	2.39	2.55	2.66	2.75	2.81	2.87	2.92	2.96	3.00	3.03	3.06	3.14	3.23
20	2.09	2.38	2.54	2.65	2.73	2.80	2.86	2.90	2.95	2.98	3.02	3.05	3.12	3.22
24	2.06	2.35	2.51	2.61	2.70	2.76	2.81	2.86	2.90	2.94	2.97	3.00	3.07	3.16
30	2.04	2.32	2.47	2.58	2.66	2.72	2.77	2.82	2.86	2.89	2.92	2.95	3.02	3.11
40	2.02	2.29	2.44	2.54	2.62	2.68	2.73	2.77	2.81	2.85	2.87	2.90	2.97	3.06
60	2.00	2.27	2.41	2.51	2.58	2.64	2.69	2.73	2.77	2.80	2.83	2.86	2.92	3.00
120	1.98	2.24	2.38	2.47	2.55	2.60	2.65	2.69	2.73	2.76	2.79	2.81	2.87	2.95
∞	1.96	2.21	2.35	2.44	2.51	2.57	2.61	2.65	2.69	2.72	2.74	2.77	2.83	2.91

文献 [3] より引用

文 献

- 1) Wallenstein, S., Zucker, C. L. and Fleiss, J. L.: Some statistical methods useful in circulation research. *Circ. Res.* 47: 1—9, 1980
- 2) Snedecor, G. W. and Cochran, W. G.: *Statistical methods*. 6th ed. Ames, Iowa, The Iowa State University Press. 1967
日本語訳. 畑村, 奥野, 津村 共訳: *統計の方法* 原書第6版. 東京, 岩波書店. 1972
- 3) Dunnett, C. W.: New tables for multiple comparisons with a control. *Biometrics* 20: 482—491, 1964
- 4) Cuttilleta, A. F., Erinoff, L., Heller, A., Low, J. and Oparil, S.: Development of left ventricular hypertrophy in young spontaneous hypertensive rats after peripheral sympathectomy.: *Circ. Res.* 40: 428—433, 1977
- 5) Yellin, E. L., Yoran, C., Sonnenblick, E. H., Gabby, S. and Frater, R. W. M.: Dynamic changes in the canine mitral regurgitant orifice area during ventricular ejection. *Circ. Res.* 45: 677—683, 1979
- 6) Greenhouse, S. W. and Geisser, S.: On methods in the analysis of profile data. *Psychometrika* 24: 95—112, 1954
- 7) Wallenstein, S. and Fleiss, J. L.: Repeated measurements analysis of variance when the correlations have a certain pattern. *Psychometrika* 44: 229—233, 1979